オートマトンの代数的理論に関する研究

著者	渡邉 敏正
号	592
発行年	1976
URL	http://hdl.handle.net/10097/9328

氏　　　名	渡邉敏正（わたなべ としまさ）
授与学位	工学博士
学位授与年月日	昭和52年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）電気及通信工学専攻
学位論文題目	**オートマトンの代数的理論に関する研究**
指導教官	東北大学教授　野口　正一
論文審査委員	東北大学教授　野口　正一　　東北大学教授　城戸　健一 東北大学教授　木村　正行　　東北大学教授　星子　幸男

論文内容要旨

第1章　まえがき

オートマトンは電子計算機に代表される情報処理システムの抽象モデルと考えられ，オートマトン理論は今日の情報科学，計算機科学等の一つの理論的背景を形成している。オートマトンは大きく有限（状態）オートマトンと無限状態オートマトンの二つに分けられる。後者はさらに種々分類されているが，これらはすべて前者の一般化と考えることもできる。

有限オートマトンは通常，状態集合（有限），入力記号集合（有限），現在の状態と入力によって次の状態を定める（状態）遷移関数，出力記号集合（有限）および出力を定める出力関数の五項系列によって記述される離散的システムである。状態集合中には，初期状態および最終状態と呼ばれる特別の状態および状態集合の特別な部分集合が定められる。ここで，出力を状態に付随させることにより出力記号集合と出力関数は省略することができる。有限オートマトンの状態

遷移の仕方（状態遷移構造あるいは単に遷移構造と言う）を問題にすることの多い代数的理論では，初期状態と最終状態集合を特に指定しないで取扱う方が議論の見通がよい。本論文では，今述べた理由から，状態集合，入力記号集合および遷移関数の三項系列で記述される有限オートマトン（以下，単にオートマトンと言う）を研究対象とする。

代数的理論における研究方向としては，大きく分けて，入力関係から見て等価なより構造の簡単なオートマトンへの分解を議論する分解論とオートマトンの構造自体を代数的手法によって調べる（代数的）特性化の二つの方向があると思われる。

特性化の主流を占めているオートマトンの自己同形群を分解論に応用して，Jump（1969）は反復分解（iterative decomposition;本論文ではセルラー分解なる名称を用いる）を提案した。〝与えられたオートマトンは自明でない自己同形群をもつならば，自己同形群により定まる同一のリセットオートマタを自己同形群に同形な群グラフ状に結合したオートマタネットワークに埋め込みの意味で分解される〞と言うもので，次の理由により注目に値すると思われる：

(i) 要素オートマタおよびそれらの結合の一様性，

(ii) 分解が（被覆より強い概念である）埋め込みである，

(iii) 従来の直列分解と異なり帰還接続がある。

簡単な考察から，セルラー分解は自明でない自己同形群を定めることがその存在のための一つの十分条件であることが明らかとなる。自己同形写像は全単射自己準同形写像である（言い換えれば，自己同形群は自己準同形半群の極大部分群である）から，問題を一般化して自己準同形写像を定めることを考える。

本論文は，オートマトンのセルラー分解とそれに関連したオートマトンの遷移構造の付随する入力半群による表現および自己準同形半群の特性化を議論する。すなわち，置換オートマトンのセルラー分解を検討し，さらに上記の問題に関して左単位形オートマタ族を定義導入して，この族のオートマトンに対して付随する入力半群と自己準同形像の関係を明らかにする。

第２章　準　　備

３章以降の議論に必要な基礎的定義および基礎的結果を述べる。

第３章　オートマトンの分解と合成

Krohn and Rhodes の直並列積による分解論，Jump の反復分解とそれに関連した若干の考察を述べる。また，オートマトンの遷移構造の合成に関して，オートマタの直和および融合を定義導入し，オートマタの直積との関係を簡単に述べる。

第４章　置換オートマトンのセルラー分解

オートマトンの各入力が状態集合上の置換を誘引するとき置換オートマトンと呼ぶが，4.2ではその遷移構造が置換の巡回置換の積による表現に対応して，強連絡置換オートマタの直和として表わされることを示す。次に，4.3では置換群の直和，リース和なる概念を用いて，自己同形群を強連結置換オートマタの自己同形群のリース和および直和として規定する。さらに，4.4では求めた自己同形群の種々の部分群の存在と各部分群により誘引される可遷類数を詳細に調べることによって，置換オートマトンのセルラー分解，特に可遷類に関する最小セルラー分解を議論する。

置換オートマタ族に関しては，その性質から容易に遷移構造を明らかにすることができたが，置換オートマタ族よりも広いオートマタ族のセルラー分解を検討するためには，１章で述べた理由から，対象とする族のオートマトンの遷移構造を何らかの代数的特徴によって規定することが必要となってくる。本論文では，種々の代数的特徴の中で最も遷移構造を反映していると思われるオートマトンに付随する入力半群に着目し，付随する入力半群の種類によってオートマタ族を定義し，かつその族のオートマトンの遷移構造を付随する入力半群によって表現することを考える。

第５章　付随する入力半群による左単位形オートマトンの表現

オートマトンに付随する入力半群が左単位元をもつとき左単位形オートマトンと呼ぶ。5.2では，左単位元をもつ一つの有限半群が与えられたとき，それから生成されたオートマトンを用い，半群の膨脹，右合同による商オートマトン，オートマタの融合と直和によって左単位形オートマタを構成する。5.3，5.4では上記の逆を示す。すなわち，5.3では，弱連絡左単位形オートマトンが必ず付随する入力半群の膨脹から生成されたオートマトンのいくつかの商オートマタとそれらの融合によって表現できることを示す。さらに5.4で，任意のオートマトンは弱連結オートマタの直和として表わされることと5.3の結果を合わせて，任意の左単位形オートマトンが付随する入力半群によって表現できることを示す。

第６章　付随する入力半群によるオートマタの特性化

左単位形オートマタ族中で付随する入力半群の種類に応じて定義される種々のオートマタ族の分類（6.2），準状態独立オートマトの特性化（6.3）及びオートマトンの埋め込み可能性の検討（6.4）を行う。付随する入力半群が単位元をもつ半群，右群，群のときそれぞれ単位形，右群形，群形オートマトンと呼ぶ。これらは左単位形オートマタ族の真部分族でかつ置換オートマタ族を真に含む。さらに，その遷移構造は５章の結果の特別な場合として明らかになる。なお，入力半群に空語を入れて考えるならば群形オートマタ族と置換オートマタ族は一致するが，４章

以降は空語は考慮に入れない。この理由について述べる。一方，Trauth はオートマトンの状態独立性の概念を定義導入した。オートマトンが状態独立であるとは，任意の二つの状態に関して，一つの状態から同一の状態への遷移を起こさせる二つの入力はもう一つの状態においてもやはり同一の遷移を生じる場合を言う。6.2 では上記の分類に関連して，状態独立オートマトンに付随する入力半群は右群であることを示し，その遷移構造が右群の膨脹から生成されたオートマタの直和として表現されることを明らかにする。すなわち，状態独立オートマタ族が右群形オートマタ族の真部分族として特性化される。また，6.3 では状態独立性の自然な拡張として準状態独立性を定義導入し，オートマトンが準状態独立であるための必要十分条件，あるいは左単位形オートマタ族との関係などを明らかにする。6.4 では，付随する入力半群が群でないオートマトンを群形オートマトンに埋め込むことは不可能であることを示す。

第7章　左単位形オートマトンの自己準同形写像

5 章の結果を基礎として，付随する入力半群による左単位形オートマタの自己準同形写像の合成に関して議論する。まず，7.2 でオートマタ融合によって自然に誘引される写像の融合を定義する。さらに，融合可能な写像に対して融合オートマトンとの両立性を定義導入し，融合オートマトン（すなわち，弱連結左単位形オートマトン）の自己準同形写像が直和オートマトンの両立性を満す自己準同形写像の融合によってすべて合成できることを示す。次に，直和オートマトンの自己準同形写像は要素オートマタ間の準同形写像の直和として得られることから，7.3，7.4 では要素オートマタ間の準同形写像を付随する入力半群によって規定する。すなわち，要素オートマタ間の準同形写像は右合同の正規化半群（normalizer）あるいは半群の膨脹の性質を使って半群論的に規定できることを示す。これにより，弱連結左単位形オートマトンの自己準同形写像と付随する入力半群の関係が明らかになる。7.5 では，一般の左単位形オートマトンの自己準同形写像に関しては弱連結な場合の議論の形式的な拡張によって特性化できること，および 7.6 では，自己同形写像の合成は自己準同形写像に対する議論を若干修正すればよいことを述べる。最後に，7.7 で状態独立オートマトンの自己準同形写像の合成について簡単に述べる。

以上の結果，左単位形オートマタ族および種々の部分族の自己準同形写像が付随する入力半群によって規定される。

第8章　む　す　び

オートマトンのセルラー分解とそれに関連して付随する入力半群によるオートマトンの遷移構造の表現および自己準同形写像の特性化を行った。

4 章では，置換オートマトン遷移構造を規定し，自己同形群を定め，その結果を用いて置換

オートマトンのセルラー分解，特に最小セルラー分解を検討した。

5章では，左単位形オートマトンを定義し，その遷移構造がオートマタの融合なる概念の定義導入により，付随する入力半群を用いて表現できることを示した。

6章では，左単位形オートマタ族中で定義される種々のオートマタ族，および状態独立，準状態独立オートマタ族等の付随する入力半群による遷移構造の特性化，各族間の包含関係などを論じた。

7章では，5章の結果を基礎として，左単位形オートマトンの自己準同形写像を，写像の融合，両立性等の定義導入により，付随する入力半群によって半群論的に規定した。

なお，正規集合のアクセプタをシミュレートする強巡回準状態独立オートマトンは左単位形オートマタ族に属するから，左単位形オートマタ族自体かなり一般的なオートマタ族であると考えられる。

審 査 結 果 の 要 旨

情報処理システムの数学的モデルであるオートマトン理論の研究は従来より活発に行われているが，代数理論の立場からのオートマトンのもつ性質の統一的な解明は必ずしも十分でない。

本論文の著者は，オートマトン理論の中でも重要な分解理論，遷移構造の表現論を中心に代数論的立場から，これらの問題を統一的に研究し，従来より得られている結果を包含する新しい一般理論を与えた。

本論文はこれらの成果をまとめたもので全文8章よりなる。

第1章は序論である。第2章では，本研究の歴史的な背景を明らかにし，本研究に必要な基礎的定義を与えている。

第3章では，主として本論文の議論に必要なオートマトンの直和，融合の概念を導入し，付随する入力半群との関係を論じている。

第4章では，置換オートマトンのセルラー分解について詳細に論じている。すなわち置換オートマトンの自己同形群を考察し，この群の各部分群により誘引される可遷類を調べ，この結果を用いて置換オートマトンの最小セルラー分解の方法について議論している。

第5章では，任意の弱連結左単位形オートマトンは付随する入力半群の膨脹から生成されたオートマトンのいくつかの商オートマトンと，それらの融合によって表現できることを示している。この結果は著者によりはじめて明らかにされたものであり，重要な知見である。

第6章では付随する入力半群の性質によりオートマトンの特性化を行っている。この結果左単位形オートマトンの族の中で定義される種々のクラスが明確に分類され，それぞれのオートマトンの族の包含関係が明らかにされている。これらも興味ある結果である。

第7章では，第5章の結果を用いて左単位形オートマトンの自己準同形写像の性質を明らかにしている。

第8章は結論である。

以上，要するに，本論文は有限オートマトンの性質を代数理論の立場から統一的に研究し，従来の結果を包含し，さらに新しい結果を与える一般的な理論を構成したものであって情報工学に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。